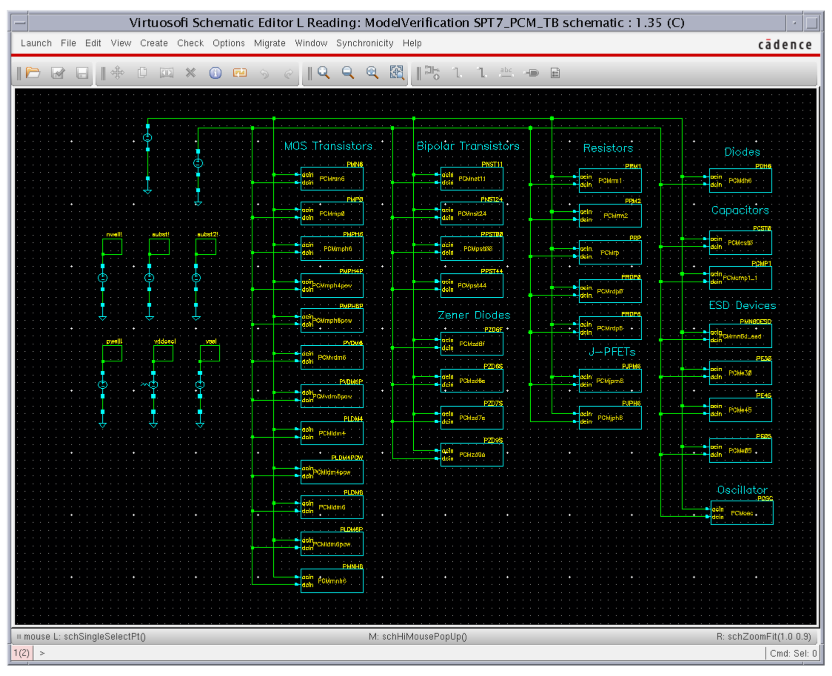
An Effective Method for Statistical Modeling

Klaus-Willi Pieper and Elmar Gondro
Infineon Technologies AG, 85579 Neubiberg

Outline

- ❑ Until now, there is no way to calculate standard deviations and correlation coefficients for model parameters M based on statistical measurements sufficiently
- ❑ From PCM measurements the **standard deviations** and **correlation coefficients** of **PCM parameters P** are well known
- ❑ For Monte Carlo simulation the standard deviations and correlation coefficients of **model parameters M** are needed
- ❑ Idea: Set up a **linear equation** that describes the relations between the standard deviations and correlation coefficients of M and P and **solve it**

PCM Simulation Test Bench



Monte Carlo Simulation

Input: model parameter variations	Output: simulated PCM parameter deviations
σ(global_tox_prc)	σ(T_GOX)
σ(global_lint_prc)	σ(PMOS_L_VTL)
σ(pmos_u0_prc)	σ(PMOS_L_K)
σ(pmos_vth0_prc)	σ(PMOS_L_ISAT)
σ(pmos_u0_prc)	σ(PMOS_S_SAT)
σ(pmos_vsat_prc)	σ(PMOS_S_RON)
…	σ(HVPMOS_VTL)
	…

Covariance Matrix Equation

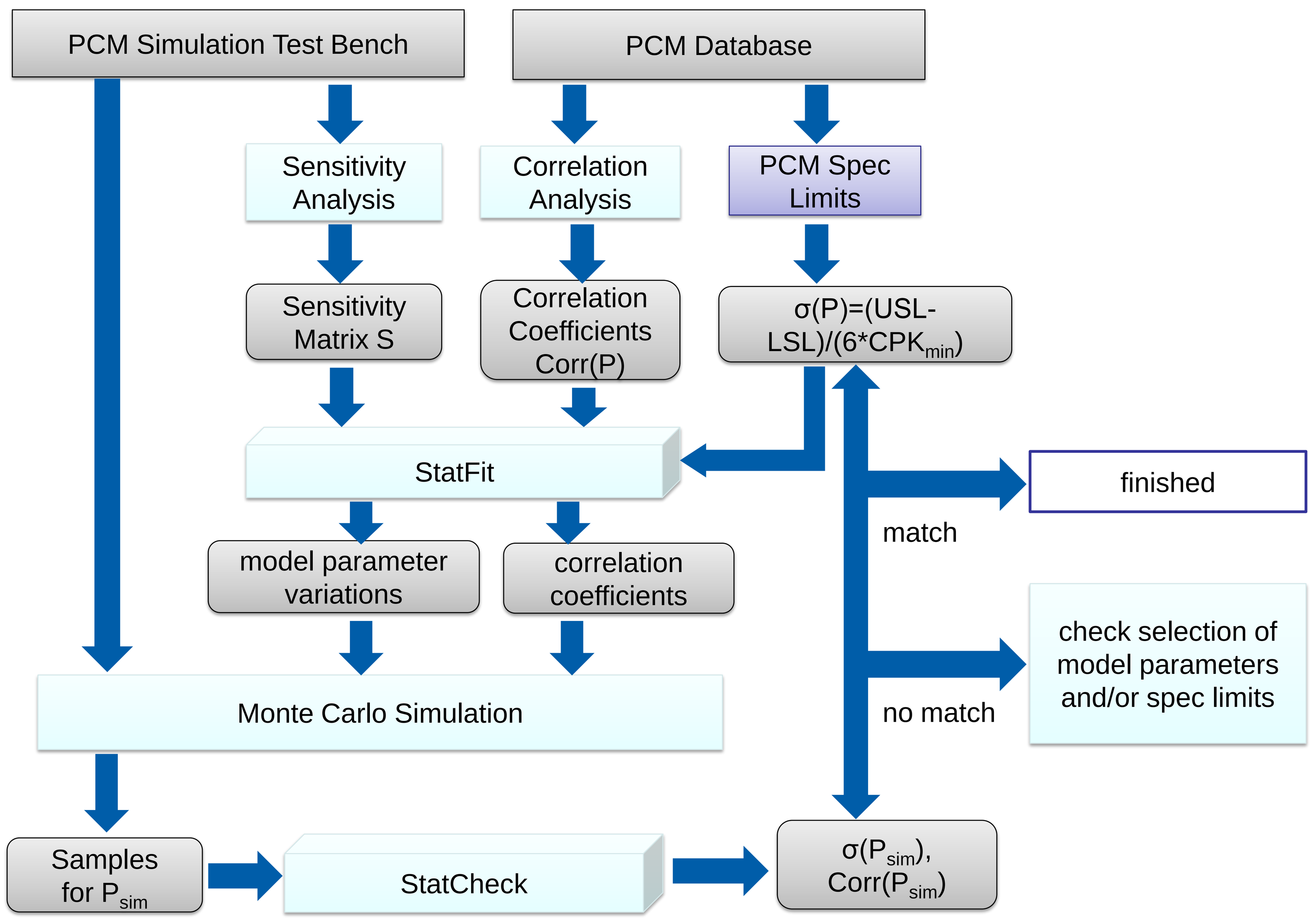
from simulations — from PCM data

$$S \cdot \underbrace{Cov(M)}_{\text{to be calculated}} \cdot S^T = Cov(P)$$

$M = (\vec{m}_1, \vec{m}_2, ..., \vec{m}_n)$ model parameter vectors of n Monte Carlo samples

$P = (\vec{p}_1, \vec{p}_2, ..., \vec{p}_m)$ PCM parameter vectors of m measurements

Flow Statistical Parameter Calculation



Sensitivity Matrix PMOS and HVPMOS

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial M_1} & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial M_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_t}{\partial M_1} & \cdots & \frac{\partial P_t}{\partial M_s} \end{bmatrix}$$

All dependencies of PCM parameters on model parameters are included in the **sensitivity matrix S** (normalized here)

Model parameters (columns) / PCM parameters (rows); blocks labelled "global", "PMOS", "HVPMOS"

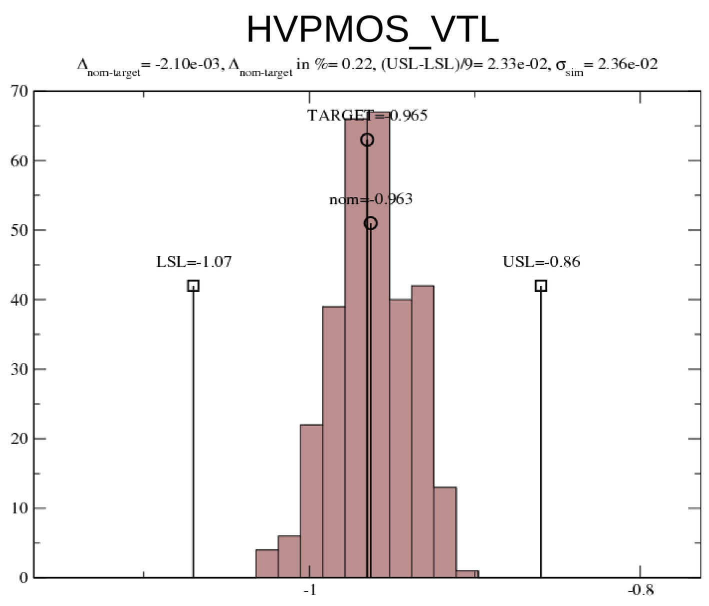
Sensitivity	global_tox_prc	global_lint_prc	pmos_u0_prc	pmos_vth0_prc	pmos_vsat_prc	hvpmos_vth0_prc	hvpmos_u0_prc	hvpmos_rdson_prc
T_GOX	1,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PMOS_L_VTL	-0,02	0,00	0,00	1,07	0,00	0,00	0,00	0,00
PMOS_L_K	-0,76	0,14	0,62	0,74	-0,04	0,00	0,00	0,00
PMOS_L_ISAT	0,52	-0,14	-0,61	-0,84	-0,01	0,00	0,00	0,00
PMOS_S_ISAT	0,43	-1,33	-0,45	-0,69	-0,23	0,00	0,00	0,00
PMOS_S_RON	0,48	-1,50	-0,57	-0,32	-0,01	0,00	0,00	0,00
HVPMOS_VTL	0,00	-0,05	0,00	0,00	0,00	0,91	0,02	0,06
HVPMOS_VTS	-0,01	-0,08	0,00	0,00	0,00	1,15	0,00	0,00
HVPMOS_K	-0,38	0,42	0,00	0,00	0,00	0,21	0,74	0,00
HVPMOS_ISAT	0,29	-0,27	0,00	0,00	0,00	-0,71	-0,55	0,00
HVPMOS_RON	0,11	-0,13	0,00	0,00	0,00	-0,06	-0,25	1,07

Simulated Standard Deviations & Correlations

PCM parameters σ

Parameter Name	Unit	(USL-LSL)/9	Simulated	Deviation
T_GOX	nm	4,444E-01	4,517E-01	1,64%
PMOS_L_VTL	V	1,867E-02	2,015E-02	7,97%
PMOS_L_K	A/V^2	2,211E-07	2,102E-07	-4,94%
PMOS_L_ISAT	A	1,544E-06	1,634E-06	5,79%
PMOS_S_ISAT	A	1,778E-05	1,792E-05	0,78%
PMOS_S_RON	Ohm	3,556E+01	3,681E+01	3,54%
HVPMOS_VTL	V	2,333E-02	2,363E-02	1,27%
HVPMOS_VTS	V	2,000E-02	2,362E-02	18,10%
HVPMOS_K	A/V^2	4,500E-06	4,396E-06	-2,30%
HVPMOS_ISAT	A	6,667E-06	6,271E-06	-5,93%
HVPMOS_RON	Ohm	2,000E+02	2,081E+02	4,03%

HVPMOS_VTL



from PCM data correlation analysis

PCM	T_GOX	PMOS_L_VTL	PMOS_L_K	PMOS_L_ISAT	PMOS_S_ISAT	PMOS_S_RON	HVPMOS_VTL	HVPMOS_VTS	HVPMOS_K	HVPMOS_ISAT	HVPMOS_RON
T_GOX	1,00	-0,39	-0,54	0,51	0,06	-0,04	-0,38	-0,39	-0,20	0,43	0,17
PMOS_L_VTL	-0,39	1,00	0,86	-0,91	-0,05	0,22	0,92	0,94	0,00	-0,64	-0,08
PMOS_L_K	-0,54	0,86	1,00	-0,98	0,08	0,30	0,77	0,82	0,01	-0,56	-0,34
PMOS_L_ISAT	0,51	-0,91	-0,98	1,00	-0,05	-0,29	-0,83	-0,86	0,00	0,60	0,29
PMOS_S_ISAT	0,06	-0,05	0,08	-0,05	1,00	0,95	-0,09	0,00	-0,81	0,59	-0,38
PMOS_S_RON	-0,04	0,22	0,30	-0,29	0,95	1,00	0,17	0,25	-0,82	0,41	-0,35
HVPMOS_VTL	-0,38	0,92	0,77	-0,83	-0,09	0,17	1,00	0,98	0,06	-0,70	0,03
HVPMOS_VTS	-0,39	0,94	0,82	-0,86	0,00	0,25	0,98	1,00	0,00	-0,66	-0,11
HVPMOS_K	-0,20	0,00	0,01	0,00	-0,81	-0,82	0,06	0,00	1,00	-0,71	0,10
HVPMOS_ISAT	0,43	-0,64	-0,56	0,60	0,59	0,41	-0,70	-0,66	-0,71	1,00	0,00
HVPMOS_RON	0,17	-0,08	-0,34	0,29	-0,38	-0,35	0,03	-0,11	0,10	0,00	1,00

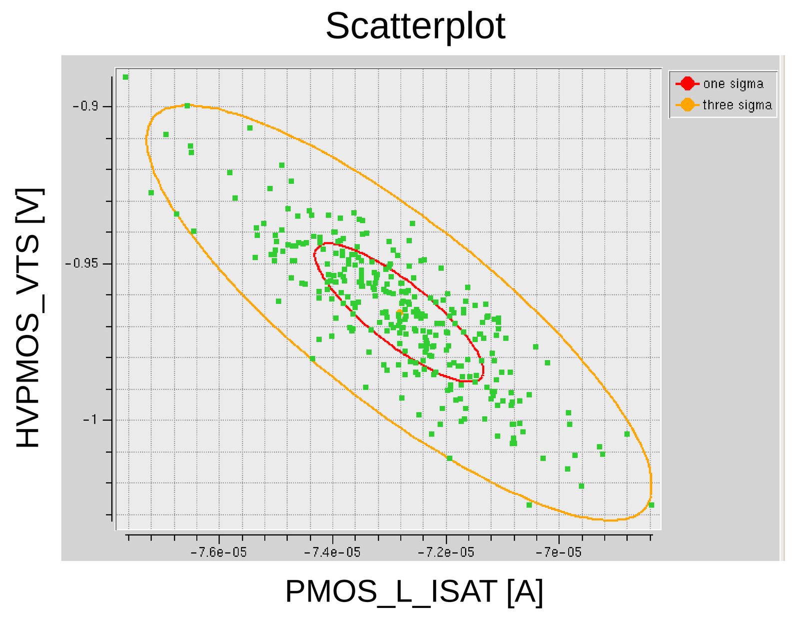
from Monte Carlo simulation

PCM	T_GOX	PMOS_L_VTL	PMOS_L_K	PMOS_L_ISAT	PMOS_S_ISAT	PMOS_S_RON	HVPMOS_VTL	HVPMOS_VTS	HVPMOS_K	HVPMOS_ISAT	HVPMOS_RON
T_GOX	1,00	-0,46	-0,64	0,49	0,04	-0,12	-0,46	-0,47	-0,21	0,43	0,13
PMOS_L_VTL	-0,46	1,00	0,82	-0,91	-0,03	0,27	0,94	0,95	0,08	-0,62	-0,06
PMOS_L_K	-0,64	0,82	1,00	-0,97	0,12	0,35	0,76	0,79	0,05	-0,50	-0,35
PMOS_L_ISAT	0,49	-0,91	-0,97	1,00	-0,08	-0,34	-0,84	-0,86	-0,04	0,54	0,27
PMOS_S_ISAT	0,04	-0,03	0,12	-0,08	1,00	0,94	-0,05	0,02	-0,81	0,61	-0,38
PMOS_S_RON	-0,12	0,27	0,35	-0,34	0,94	1,00	0,24	0,31	-0,77	0,41	-0,34
HVPMOS_VTL	-0,46	0,94	0,76	-0,84	-0,05	0,24	1,00	0,99	0,13	-0,68	0,02
HVPMOS_VTS	-0,47	0,95	0,79	-0,86	0,02	0,31	0,99	1,00	0,07	-0,64	-0,07
HVPMOS_K	-0,21	0,08	0,05	-0,04	-0,81	-0,77	0,13	0,07	1,00	-0,81	0,12
HVPMOS_ISAT	0,43	-0,62	-0,50	0,54	0,61	0,41	-0,68	-0,64	-0,81	1,00	-0,04
HVPMOS_RON	0,13	-0,06	-0,35	0,27	-0,38	-0,34	0,02	-0,07	0,12	-0,04	1,00

Differences

PCM	T_GOX	PMOS_L_VTL	PMOS_L_K	PMOS_L_ISAT	PMOS_S_ISAT	PMOS_S_RON	HVPMOS_VTL	HVPMOS_VTS	HVPMOS_K	HVPMOS_ISAT	HVPMOS_RON
T_GOX	0,00	-0,07	-0,10	-0,02	-0,02	-0,08	-0,08	-0,08	-0,01	0,00	-0,04
PMOS_L_VTL	-0,07	0,00	-0,04	0,00	0,02	0,05	0,02	0,01	0,08	0,02	0,02
PMOS_L_K	-0,10	-0,04	0,00	0,01	0,04	0,05	-0,01	-0,03	0,04	0,06	-0,01
PMOS_L_ISAT	-0,02	0,00	0,01	0,00	-0,03	-0,05	-0,01	0,00	-0,04	-0,06	-0,02
PMOS_S_ISAT	-0,02	0,02	0,04	-0,03	0,00	-0,01	0,04	0,02	0,00	0,02	0,00
PMOS_S_RON	-0,08	0,05	0,05	-0,05	-0,01	0,00	0,07	0,06	0,05	0,00	0,01
HVPMOS_VTL	-0,08	0,02	-0,01	-0,01	0,04	0,07	0,00	0,01	0,07	0,02	-0,01
HVPMOS_VTS	-0,08	0,01	-0,03	0,00	0,02	0,06	0,01	0,00	0,07	0,02	0,04
HVPMOS_K	-0,01	0,08	0,04	-0,04	0,00	0,05	0,07	0,07	0,00	-0,10	0,02
HVPMOS_ISAT	0,00	0,02	0,06	-0,06	0,02	0,00	0,02	0,02	-0,10	0,00	-0,04
HVPMOS_RON	-0,04	0,02	-0,01	-0,02	0,00	0,01	-0,01	0,04	0,02	-0,04	0,00

Scatterplot



Conclusions & Next Steps

- ❑ A new method was introduced to calculate standard deviations and correlation coefficients in one step
- ❑ The method is automatable, update of model parameter can be done very fast
- ❑ Final simulation shows good agreement with target values

Next steps

- ❑ Use DOE PCM data for better target correlations
- ❑ Investigate the influence of tester offsets
- ❑ Apply the new method to other technologies
- ❑ Create a GUI for the program